

**SECONDA PROVA PARZIALE DI MATEMATICA**  
**Corso di Laurea Triennale in Scienze Biologiche**  
**27 Gennaio, 2020**

COGNOME (in stampatello):	
NOME (in stampatello):	
MATRICOLA (numero):	

NOTA: Ciascuna soluzione deve essere riportata e contenuta nello spazio sottostante il testo d'esame. Tutte le soluzioni devono essere adeguatamente motivate dai necessari passaggi ai fini della valutazione.

## 1 Massimi e Minimi di Funzione

Si consideri la funzione

$$f(x) = \sqrt{\frac{x^2}{x-2}}.$$

(a) Calcolare la derivata prima e la derivata seconda della funzione data. (b) Stabilire l'esistenza di eventuali punti di massimo e minimo e determinarne le coordinate.

## 2 Funzioni di più Variabili

Si consideri la funzione di due variabili

$$f(x, y) = 4x \ln(y^2 \sin x) ;$$

(a) Calcolare il gradiente  $\vec{\nabla} f(x, y)$ ; (b) calcolare la derivata parziale  $f_{xy}$  e dimostrare che  $f_{xy} = f_{yx}$ ; (c) calcolare nel punto  $P = (\frac{\pi}{2}, e)$  il valore numerico di  $f(x, y)$  e del modulo di  $\vec{\nabla} f(x, y)$ .

### 3 Serie di Potenze

Dato l'integrale

$$\int_0^1 \sqrt{x} \sin 2x \, dx ,$$

- (a) esprimere la funzione integranda utilizzando la serie di Taylor centrata nell'origine;
- (b) calcolare l'integrale definito utilizzando l'espressione analitica ottenuta in (a).

## 4 Equazioni differenziali ordinarie

(a) Determinare la soluzione generale  $y = y(x)$  dell'equazione differenziale ordinaria

$$\frac{dy}{dx} = x + y^2x ;$$

(b) determinare la soluzione particolare per la condizione iniziale  $x = 0, y(0) = 1$ .