

PROVA D'ESAME DI MATEMATICA
Corso di Laurea Triennale in Scienze Biologiche
11 Febbraio 2020

COGNOME (in stampatello):	
NOME (in stampatello):	
MATRICOLA (numero):	

NOTA: Ciascuna soluzione deve essere riportata e contenuta nello spazio sottostante il testo d'esame. Tutte le soluzioni devono essere adeguatamente motivate dai necessari passaggi ai fini della valutazione.

1 Matrici, Autovalori e Autovettori

a) Date le matrici

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 0 & -2 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 5 \\ 0 & -2 \\ -1 & 3 \end{pmatrix},$$

calcolare $C = AB$, determinare l'inversa C^{-1} e verificare che soddisfa la relazione $CC^{-1} = I$. b) Calcolare il determinante di

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \\ -1 & 0 & -2 \end{pmatrix}.$$

2 Massimi e Minimi di Funzione

Si consideri la funzione

$$f(x) = \frac{2 + x^2}{x^2 - 1}.$$

(a) Determinare il dominio e se esistono asintoti orizzontali e verticali. (b) Calcolare derivata prima e seconda e stabilire l'esistenza di eventuali punti di massimo e minimo determinandone le coordinate. (c) Disegnare il grafico della funzione.

3 Serie di Potenze

Dato l'integrale

$$\int_0^1 x^2 \sin \sqrt{x} dx ,$$

(a) riscrivere la funzione integranda rappresentando la funzione trigonometrica mediante serie di Taylor centrata nell'origine; (b) calcolare l'integrale definito utilizzando l'espressione ottenuta al punto (a).

4 Equazioni differenziali ordinarie

Determinare la soluzione generale $y = y(x)$ dell'equazione differenziale ordinaria

$$\frac{dy}{dx} = 2y \cos \frac{x}{2},$$

e determinare la soluzione particolare per la condizione iniziale $x = 0, y(0) = 3$.