

PROVA D'ESAME DI MATEMATICA
Corso di Laurea Triennale in Scienze Biologiche
27 Gennaio 2020

COGNOME (in stampatello):	
NOME (in stampatello):	
MATRICOLA (numero):	

NOTA: Ciascuna soluzione deve essere riportata e contenuta nello spazio sottostante il testo d'esame. Tutte le soluzioni devono essere adeguatamente motivate dai necessari passaggi ai fini della valutazione.

1 Matrici, Autovalori e Autovettori

Si consideri la matrice

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & -1 \\ -1 & -1 & 2 \end{pmatrix} .$$

Calcolare gli autovalori e gli autovettori di A .

2 Massimi e Minimi di Funzione

Si consideri la funzione

$$f(x) = \sqrt{\frac{x^2}{x-2}}.$$

(a) Determinare il dominio e se esistono asintoti orizzontali e verticali. (b) Calcolare derivata prima e seconda e stabilire l'esistenza di eventuali punti di massimo e minimo, determinandone le coordinate. (c) Disegnare il grafico della funzione.

3 Funzioni di più Variabili

Si consideri la funzione di due variabili

$$f(x, y) = 4x \ln(y^2 \sin x) ;$$

(a) Calcolare il gradiente $\vec{\nabla} f(x, y)$; (b) calcolare la derivata parziale f_{xy} e dimostrare che $f_{xy} = f_{yx}$; (c) calcolare nel punto $P = (\frac{\pi}{2}, e)$ il valore numerico di $f(x, y)$ e del modulo di $\vec{\nabla} f(x, y)$.

4 Equazioni differenziali ordinarie

(a) Determinare la soluzione generale $y = y(x)$ dell'equazione differenziale ordinaria

$$\frac{dy}{dx} = x + y^2x ;$$

(b) determinare la soluzione particolare per la condizione iniziale $x = 0, y(0) = 1$.