

PROVA D'ESAME DI MATEMATICA
Corso di Laurea Triennale in Scienze Biologiche
26 Novembre 2019

COGNOME (in stampatello):	
NOME (in stampatello):	
MATRICOLA (numero):	

NOTA: Ciascuna soluzione deve essere riportata e contenuta nello spazio sottostante il testo d'esame. Tutte le soluzioni devono essere adeguatamente motivate dai necessari passaggi ai fini della valutazione.

1 Calcolo Vettoriale

(a) Determinare il vettore $\mathbf{v} = (v_1, v_2)$ sapendo che: (i) $|\mathbf{v}| = 4$, (ii) \mathbf{v} è ortogonale al vettore $\mathbf{u} = (3, 4)$. (b) Determinare il valore di k per cui il vettore $(k, 2k, 1)$ è ortogonale al vettore $(1, 2, 3)$. (c) Determinare il vettore $\mathbf{w} = (w_1, w_2, w_3)$ dato dal prodotto vettoriale di $\mathbf{u} = (1, 2, 3)$ e $\mathbf{v} = (-3, -2, -1)$.

2 Matrici, Autovalori e Autovettori

Si consideri la matrice

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & -1 \\ -1 & -1 & 2 \end{pmatrix} .$$

Calcolare gli autovalori e gli autovettori di A .

3 Massimi e Minimi di Funzione

Si consideri la funzione

$$f(x) = \frac{3+x}{x^2-1}.$$

(a) Determinare il dominio e se esistono asintoti orizzontali e verticali. (b) Calcolare derivata prima e seconda e stabilire l'esistenza di eventuali punti di massimo e minimo determinandone le coordinate. (c) Disegnare il grafico della funzione.

4 Funzioni di piu' Variabili

Si consideri la funzione di due variabili

$$f(x, y) = 5y \ln \left(\frac{2x^2}{3y} \right)$$

- (a) Calcolare il gradiente $G(x, y) = \vec{\nabla} f(x, y)$; (b) calcolare la derivata parziale f_{xx} ;
(c) calcolare la derivata parziale f_{xy} e dimostrare che $f_{xy} = f_{yx}$.